Основы теории управления

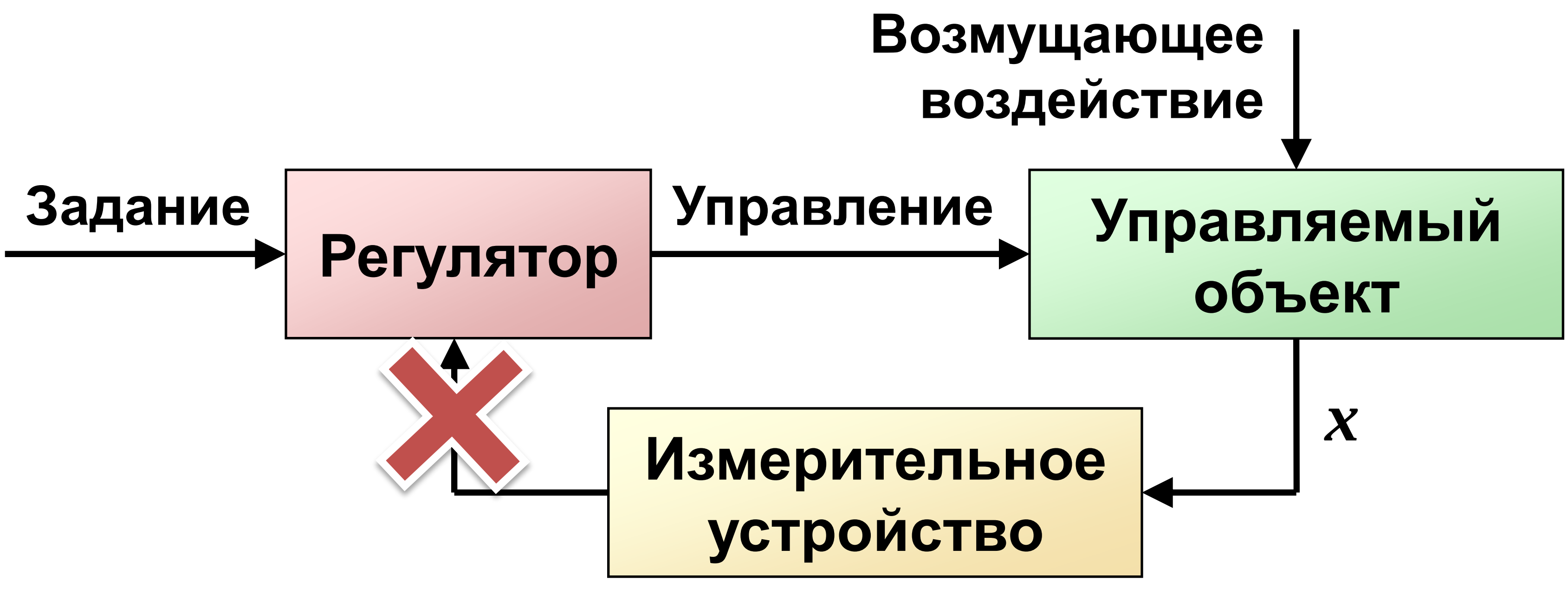
Лекция 3

Принципы управления

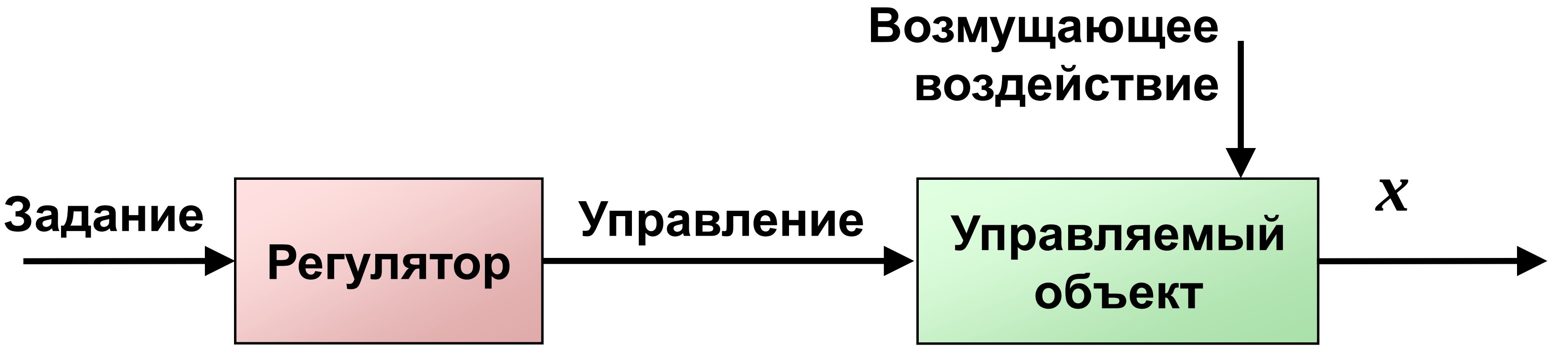
- Разомкнутое управление.
- Компенсация (управление по возмущению).
- Управление по отклонению (принцип обратной связи).
- Комбинированное управление (управление по отклонению и по возмущению).

Принцип разомкнутого управления

- Отсутствует связь регулятора с измерительным устройством;
- Жесткое управление.



Принцип разомкнутого управления



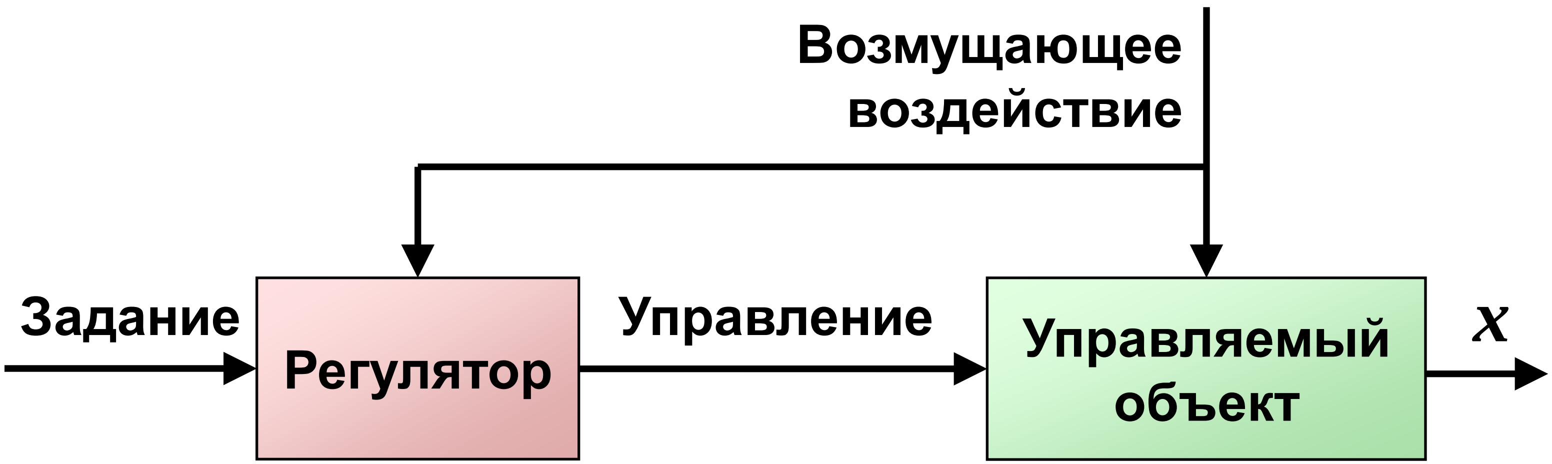
Условия применения:

- Низкие требования к точности выходного параметра;
- Стабильные, невысокие возмущающие воздействия.

Принцип компенсации

управление по возмущению

- Учитываются внешние воздействия (возмущения).

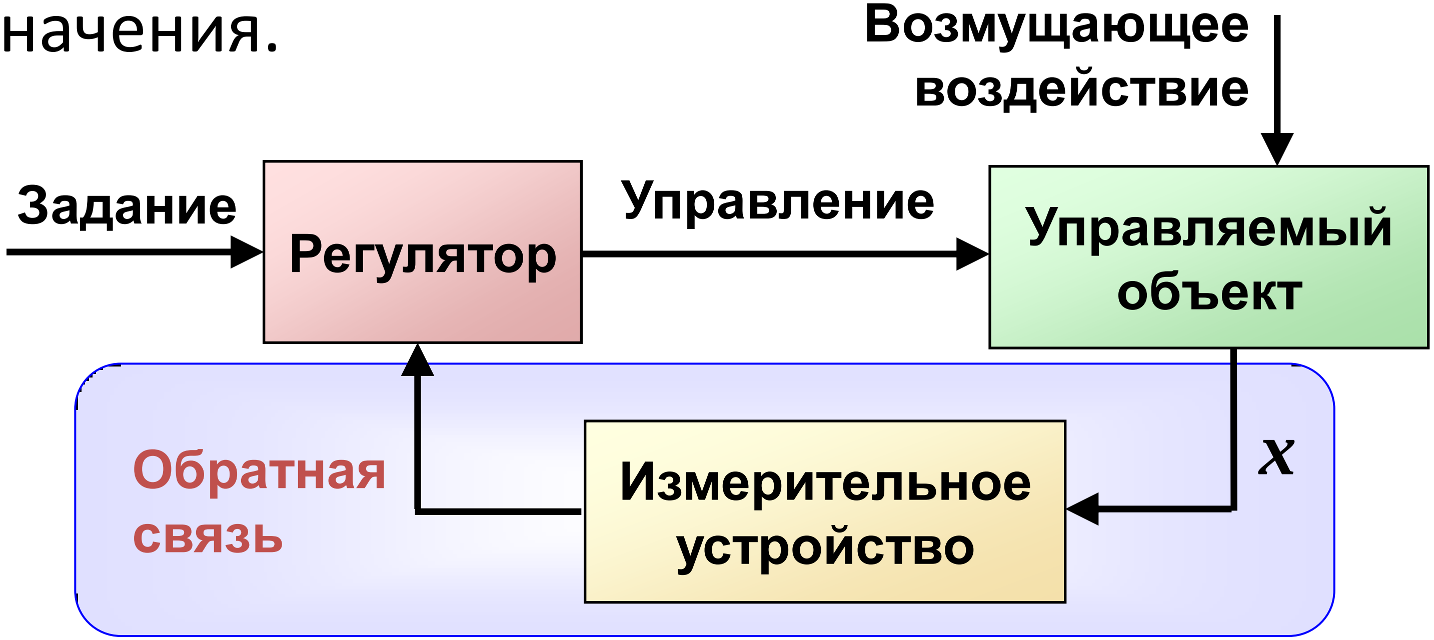


Условия применения:

- Известен характер возмущений (величина, закон изменения и т.д.);
- Высокое быстродействие регулятора.

Управление по отклонению
принцип обратной связи (ОС)

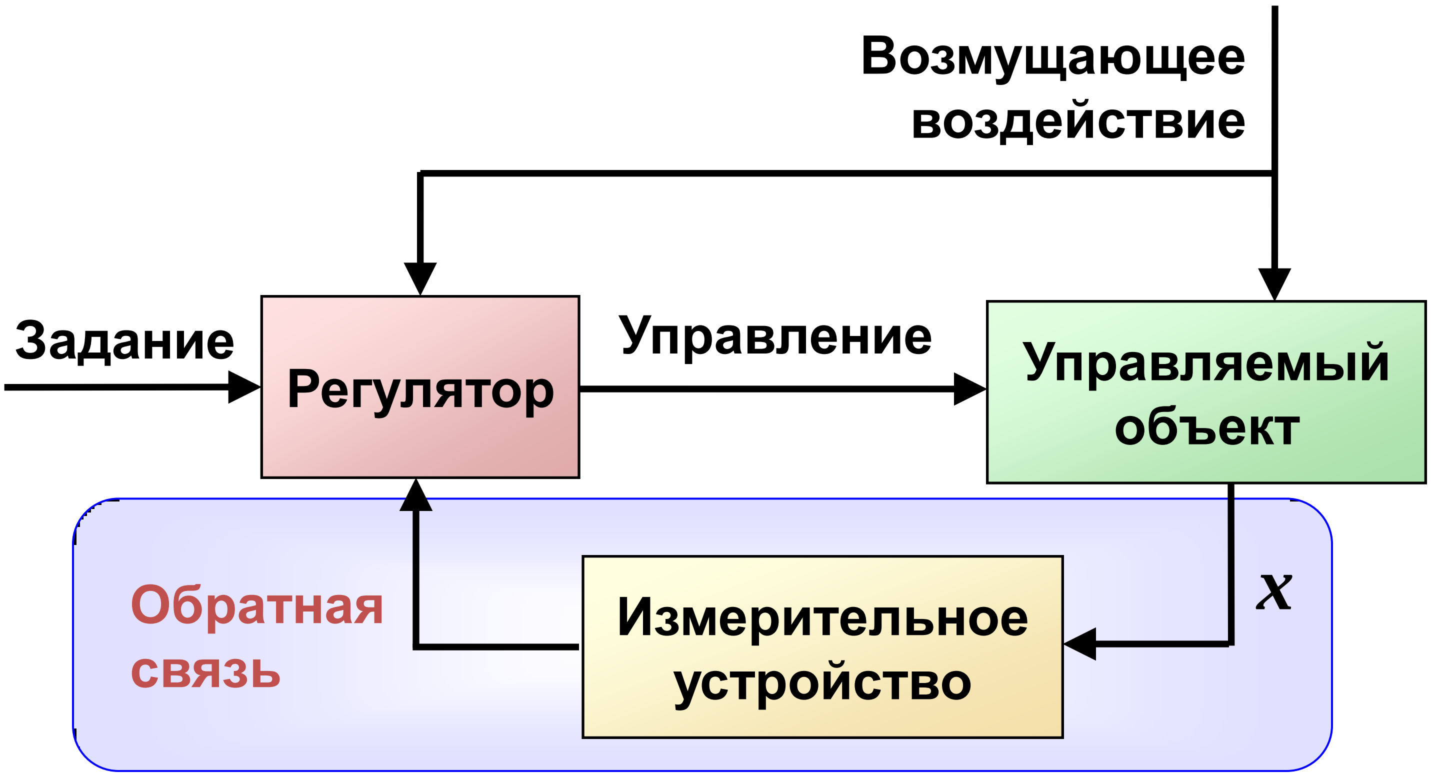
- Учитывается состояние объекта управления;
- Управляющее воздействие определяется из отклонения выходной величины от заданного значения.



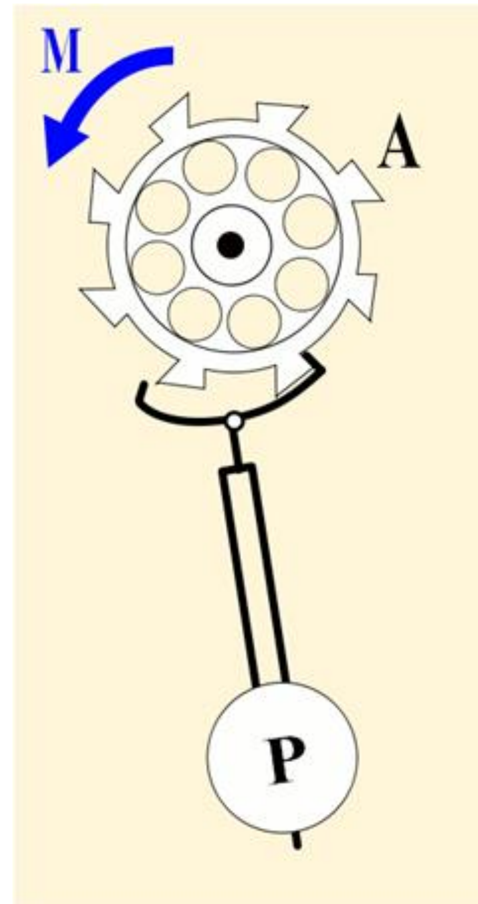
Главная ОС – это связь выхода системы со входом.

Комбинированное управление

управление по отклонению и по возмущению



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$



Математическая модель линейного одноканального объекта

$$y^{(n)} + a_n y^{(n-1)} + \ldots + a_2 \dot{y} + a_1 y = bu$$

$$\Downarrow$$

$$x_1 = y, \quad x_2 = \dot{y}, \quad \ldots, \quad x_n = y^{(n-1)}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \ldots \\ \dot{x}_{(n-1)} = x_n, \\ \dot{x}_n = -a_1 x_1 - a_2 x_2 - \ldots - a_n x_n + bu, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Математическая модель линейного одноканального объекта

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad\qquad y = Cx$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & \dots & -a_n \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ b \end{bmatrix}$$

$$u = [u], \quad y = [y], \quad C = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

Передаточная функция

Рассмотрим систему автоматического управления (САУ), описываемую линейным дифференциальным уравнением вида:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) =$$

$$= b_m \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \ldots b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_0 u(t), \qquad (1)$$

где $u(t)$ – входной процесс; $y(t)$ – выходной процесс; a_i, b_j, – постоянные коэффициенты; n, m ($n >= m$) – постоянные числа.

Передаточная функция

Если ввести обозначение p для оператора дифференцирования $p = \frac{d}{dt}$, то можно записать (1) в операторной форме:

$$(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0) y(t) =$$
$$= (b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0) u(t), \qquad (2)$$

откуда получается:

$$\frac{y(t)}{u(t)} = \frac{B(p)}{A(p)} = W(p),$$

где $A(p)$ и $B(p)$ – полиномы из формулы (2).

Передаточная функция

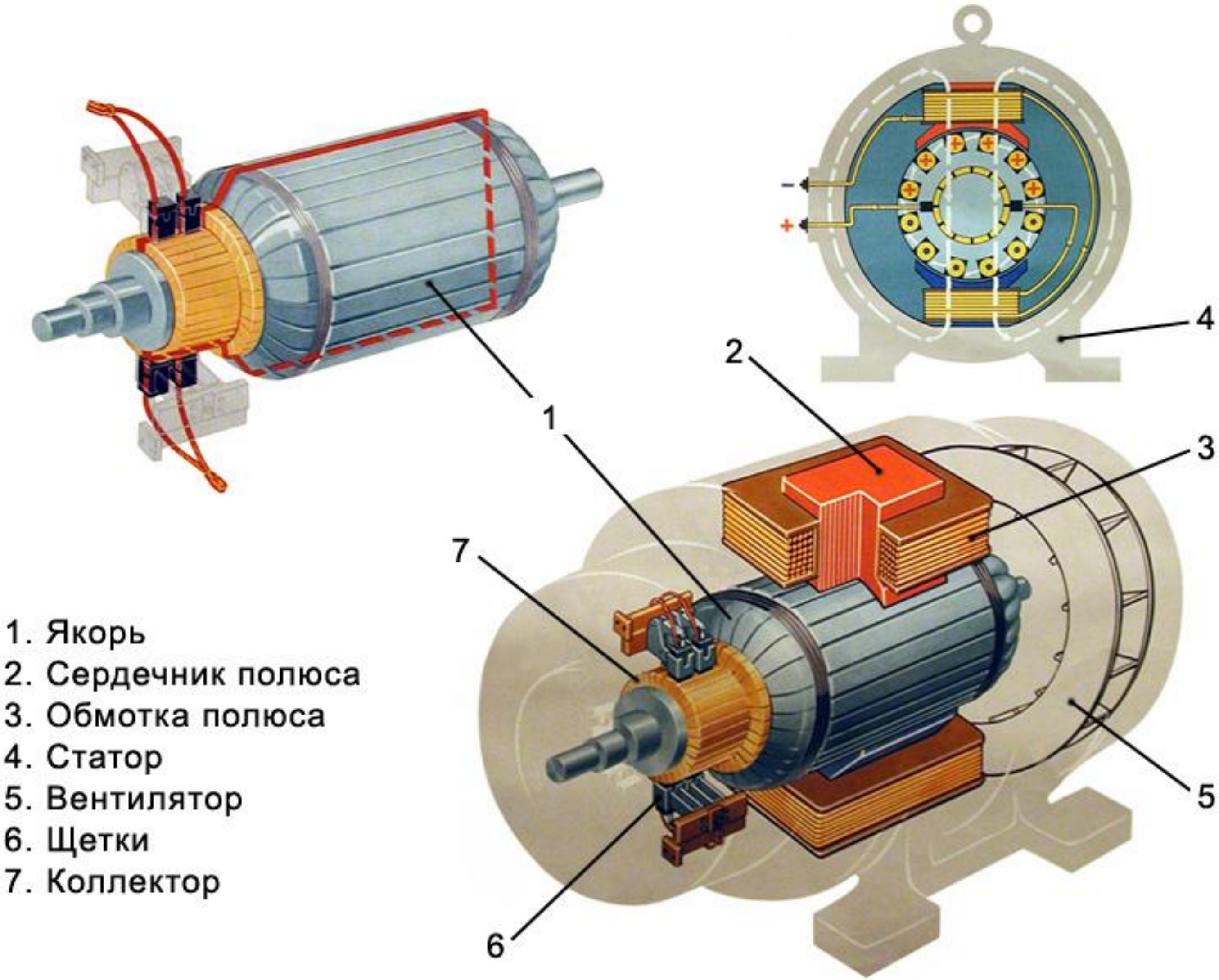
Выражение (2) по виду совпадает с определением передаточной функции (ПФ) как отношения преобразования по Лапласу выходной переменной к преобразованию по Лапласу входной переменной при нулевых начальных условиях:

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} = W(s), \tag{3}$$

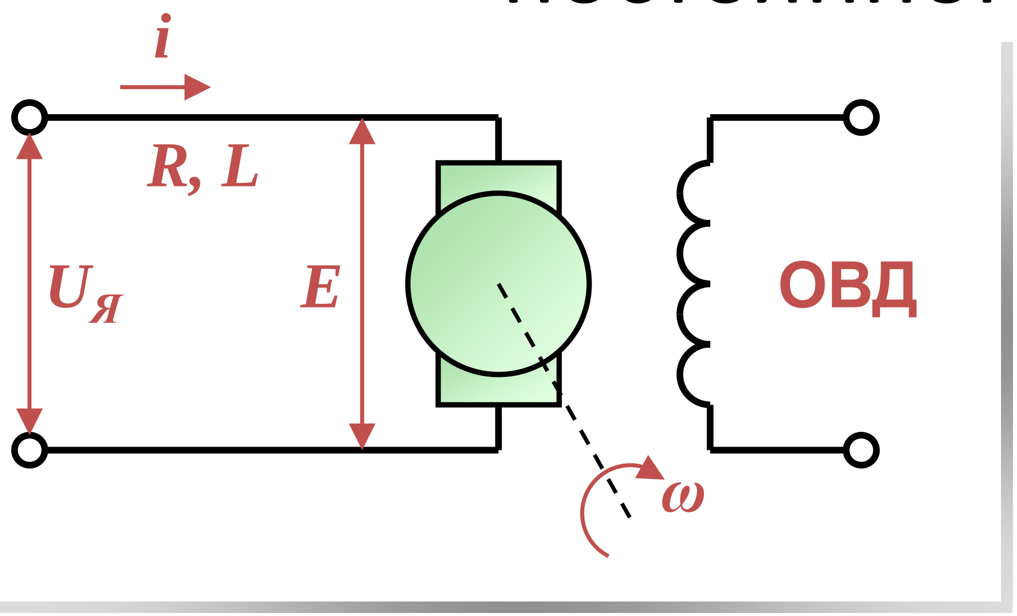
где s – комплексная переменная.

Комплексные числа, являющиеся корнями многочлена $B(s)$, называются *нулями* передаточной функции, а корни многочлена $A(s)$ – *полюсами*.

Математическая модель двигателя постоянного тока



Математическая модель двигателя постоянного тока



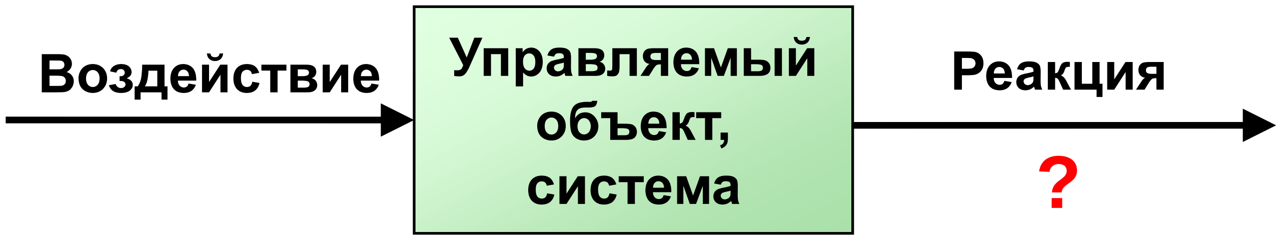
$$\begin{cases} J\dfrac{d\omega}{dt} = M_Д - M_C, \\ L\dfrac{di}{dt} + Ri + E = U_Я; \end{cases}$$

$$M_Д = c_2 i, \quad E = c_1\omega$$

$$\begin{cases} J\dfrac{d\omega}{dt} = c_2 i - M_C, \\ L\dfrac{di}{dt} + Ri + c_1\omega = U_Я; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{c_2}{J} i - \dfrac{1}{J} M_C, \\ \dfrac{di}{dt} = -\dfrac{c_1}{L}\omega - \dfrac{R}{L} i + \dfrac{1}{L} U_Я. \end{cases}$$

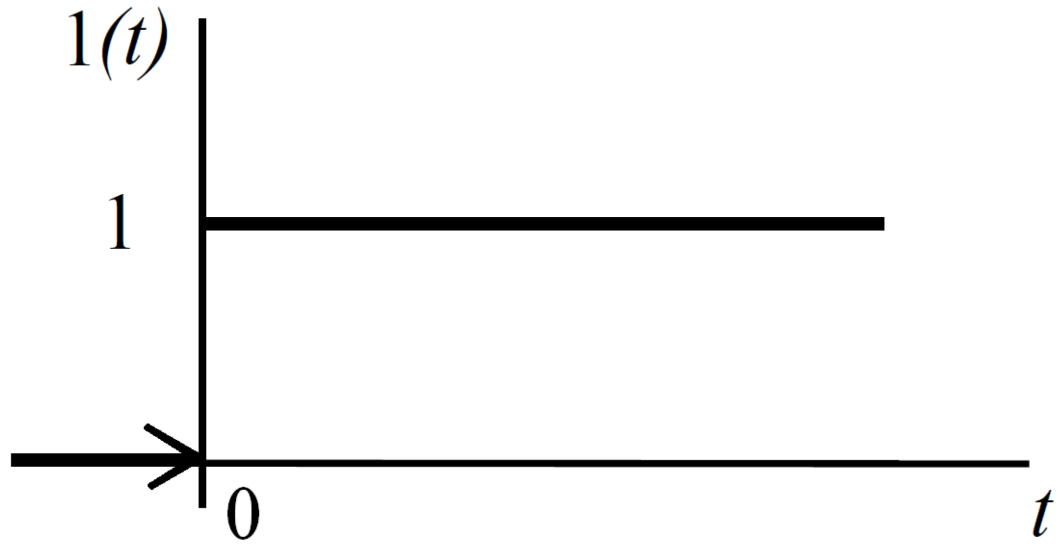
Типовые воздействия



- Единичная ступенчатая функция.
- Импульсная дельта-функция.
- Гармоническое воздействие.
- Воздействия, изменяющиеся с постоянной скоростью.
- Воздействия, изменяющиеся с постоянным ускорением.

Единичная ступенчатая функция

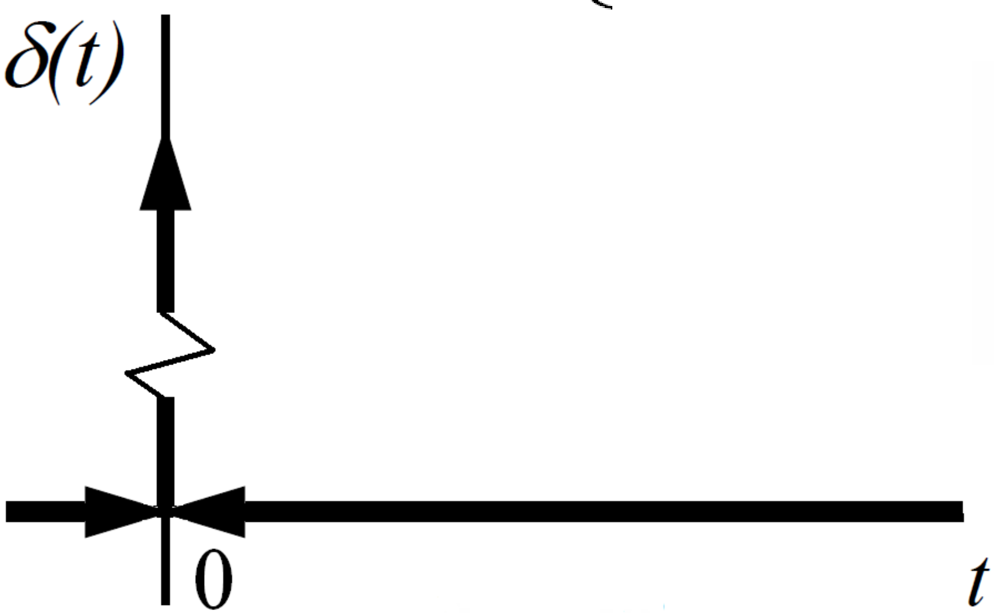
$$1(t) = \begin{cases} 1 \text{ при } t \geq 0, \\ 0 \text{ при } t < 0. \end{cases}$$



Переходная характеристика (переходная функция) - это реакция системы на единичное ступенчатое входное воздействие.

Импульсная дельта-функция

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt} = \begin{cases} +\infty & при \quad t = 0 \\ 0 & при \quad t \neq 0 \end{cases}$$



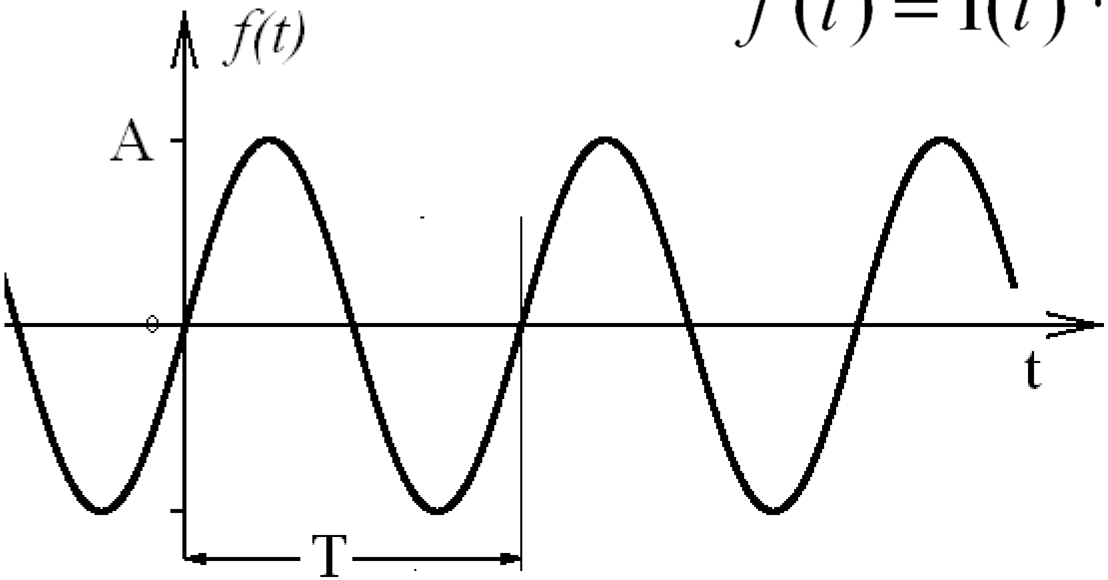
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-\tau)\,d\tau = 1$$

Импульсная переходная характеристика (функция) - это реакция системы на импульсное входное воздействие при нулевых начальных условиях.

Гармоническое воздействие

$$f(t) = 1(t) * A\sin\omega t$$

$$f(t) = 1(t) * Ae^{j\omega t}$$



Частотная характеристика – это реакция системы на гармонический сигнал при изменении частоты от 0 до бесконечности.

Воздействие с постоянной скоростью

$$f(t) = 1(t) * at$$

Воздействие с постоянным ускорением

$$f(t) = 1(t) * at^2$$

Спасибо за внимание!